

信息与激励

Information, Incentives, and Mechanism Design

根据课堂手写笔记整理、补全、重画图表与扩展练习

本版为修正版：正文中的公式均使用 $\text{\LaTeX}$ 数学环境渲染，不再以源码形式显示。少数字迹难辨处，按照信息经济学与委托-代理模型的标准写法补全；附录保留原始手写页，便于核对。

目录

1 本章主线：信息为什么会改变市场结果？	2
2 逆向选择：交易前的信息不对称	2
2.1 定义与直觉	2
2.2 例一：二手车“柠檬市场”	2
2.3 例二：平均质量定价与交易阈值	3
2.4 保险市场中的逆向选择	4
3 信号传递：掌握私人信息者主动证明自己	4
3.1 信号传递的定义	4
3.2 教育作为信号：Spence 模型	4
3.3 信号与筛选的区别	5
4 道德风险：交易后的隐藏行动	5
4.1 定义	5
4.2 保险中的道德风险	6
4.3 为什么现实保险合同常有免赔额和共保？	6
5 委托-代理与机制设计	7
5.1 基本设定	7
5.2 努力可观察：一阶最优	7
5.3 努力不可观察：四类典型激励合同	8
5.3.1 固定租金 / 剩余索取权合同	8
5.3.2 计件工资 / 线性激励	8
5.3.3 奖金 / 目标达成合同	9
5.3.4 分成制	9
5.4 为什么最优合同不是简单的 100% 绩效工资？	9
6 核心公式速查	9
7 习题与详细解答	10
附录：原始手写稿	14

1 本章主线：信息为什么会改变市场结果？

完全竞争模型默认每个交易者都知道商品质量、风险类型、努力水平和合同后果。但现实中，很多关键变量不可观察：卖方知道车是好车还是坏车，投保人更清楚自己是否高风险，员工知道自己是否偷懒，经理知道项目真实风险，消费者并不总能判断产品质量。

核心思想：信息不对称会改变价格、交易量、合同形式和激励强度。价格不仅分配资源，也传递信息；一旦价格不能准确反映质量或风险，市场会出现逆向选择、道德风险和激励扭曲。

问题	发生时间	典型表现	常见解决方式
逆向选择	签约前，隐藏信息	优质商品退出，劣币驱逐良币， 保险市场中高风险者过度进入	信号传递、筛选、担保、 认证、分离定价
道德风险	签约后，隐藏行动	投保后防范努力下降，员工偷 懒，经理冒险	免赔额、共保、监督、绩 效工资、奖金
委托-代理	在约束下设计合同	代理人目标与委托人目标不一 致，努力不可观察	参与约束 IR 与激励相 容约束 IC
机制设计	规则设计问题	如何让私人信息或隐藏行动在 制度中被正确引导	菜单合同、激励兼容机 制、显示原理

2 逆向选择：交易前的信息不对称

2.1 定义与直觉

逆向选择 (adverse selection) 是指交易发生之前，一方拥有另一方无法观察的私人信息，使得市场价格只能依据平均质量或平均风险形成。由于低质量或高风险类型更愿意按平均价格交易，高质量或低风险类型反而退出市场，最终导致市场质量下降，甚至市场消失。

它的标准逻辑链条是：

私人信息 ⇒ 平均定价 ⇒ 好类型退出 ⇒ 平均质量继续下降 ⇒ 市场萎缩。

2.2 例一：二手车“柠檬市场”

手写稿中的第一组数字可以整理成经典二手车例子：

类型	数量	卖方最低接受价	买方最高愿付价
好车	50	2000	2400
坏车	50	1000	1200

若买方能够识别质量，则两类车都能交易，因为

$$2400 > 2000, \quad 1200 > 1000.$$

好车交易产生剩余 400，坏车交易产生剩余 200，总交易是有效率的。

但如果买方不能分辨好坏车，只知道市场中好车与坏车各占一半，则买方愿意支付的平均价格为

$$\mathbb{E}[p] = \frac{1}{2} \cdot 2400 + \frac{1}{2} \cdot 1200 = 1800.$$

此时

$$1800 < 2000,$$

所以好车卖方不愿出售，好车退出市场。好车退出后，买方意识到市场中只剩坏车，于是愿付价格下降到 1200 左右。结果是：坏车仍可成交，但好车市场消失。

这就是“劣币驱逐良币”的机制：不是因为买方不想买好车，而是因为在无法识别质量时，平均价格不足以吸引好车进入市场。

2.3 例二：平均质量定价与交易阈值

手写稿中还有一组“高质量价值 14、低质量价值 8、高质量比例 q ”的例子。设消费者无法识别个体商品质量，只知道高质量商品占比为 q 。则一件随机商品的平均支付意愿为

$$p(q) = 14q + 8(1 - q) = 8 + 6q.$$

若单位成本或卖方保留价格为 $c = 11.5$ ，市场存在交易要求

$$p(q) \geq c.$$

代入得

$$8 + 6q \geq 11.5 \iff 6q \geq 3.5 \iff q \geq \frac{7}{12}.$$

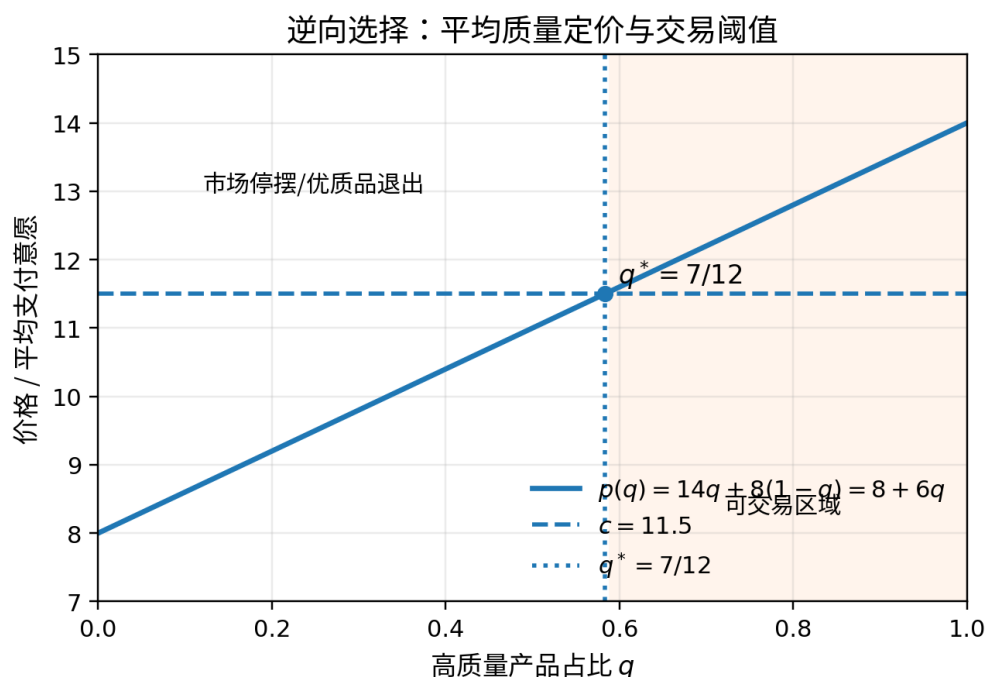


图 1: 逆向选择：平均质量定价与交易阈值

当 $q < 7/12$ 时，消费者按平均质量形成的价格低于成本，交易无法维持；当 $q \geq 7/12$ 时，平均质量足够高，交易才可能发生。这个图形对应手写稿中右侧“ $p = 14q + 8(1 - q)$ 、 $q \geq 7/12$ ”的部分。

2.4 保险市场中的逆向选择

保险市场中，投保人比保险公司更知道自己的健康状况或风险水平。若保险公司不能区分高风险与低风险，只能收取统一保费 P 。高风险者更愿意投保，低风险者觉得保费太贵而退出。于是投保群体的平均风险上升，保险公司不得不继续提高保费，低风险者进一步退出。

用简单形式表示，若低风险者的公平保费为

$$P_L = \pi_L L,$$

高风险者的公平保费为

$$P_H = \pi_H L, \quad \pi_H > \pi_L,$$

统一保费为

$$P = \bar{\pi} L.$$

若 $P > P_L$ ，低风险者可能退出；若退出后 $\bar{\pi}$ 上升，则 P 继续上升，市场进入逆向选择循环。

3 信号传递：掌握私人信息者主动证明自己

3.1 信号传递的定义

信号传递 (signaling) 是指掌握私人信息的一方主动采取某种可观察行动，让另一方据此推断自己的类型。信号必须满足一个关键条件：不同类型发送信号的成本不同，否则低质量类型会轻易模仿高质量类型，信号就失去区分能力。

典型例子包括：

- 劳动力市场：学历、证书、竞赛经历；
- 产品市场：保修、品牌、认证、广告投入；
- 金融市场：股利政策、创始人持股、抵押品。

3.2 教育作为信号：Spence 模型

设劳动者有两类：高能力者 H 与低能力者 L 。两类人的产出为

$$a_H > a_L.$$

企业观察不到能力类型，但能观察教育水平 e 。教育本身不一定提高生产率，它可以只是一个筛选或识别信号。高能力者接受教育更容易，所以单位教育成本更低：

$$c_H < c_L.$$

如果企业采用门槛工资规则：

$$w(e) = \begin{cases} a_H, & e \geq e^*, \\ a_L, & e < e^*. \end{cases}$$

则要支持一个**分离均衡 (separating equilibrium)**，必须同时满足两条激励相容条件。

高能力者愿意接受教育：

$$a_H - c_H e^* \geq a_L.$$

低能力者不愿模仿高能力者：

$$a_H - c_L e^* \leq a_L.$$

整理得

$$e^* \leq \frac{a_H - a_L}{c_H}, \quad e^* \geq \frac{a_H - a_L}{c_L}.$$

因此，支持分离均衡的教育门槛区间为

$$\frac{a_H - a_L}{c_L} \leq e^* \leq \frac{a_H - a_L}{c_H}$$

因为 $c_H < c_L$ ，所以上述区间非空。

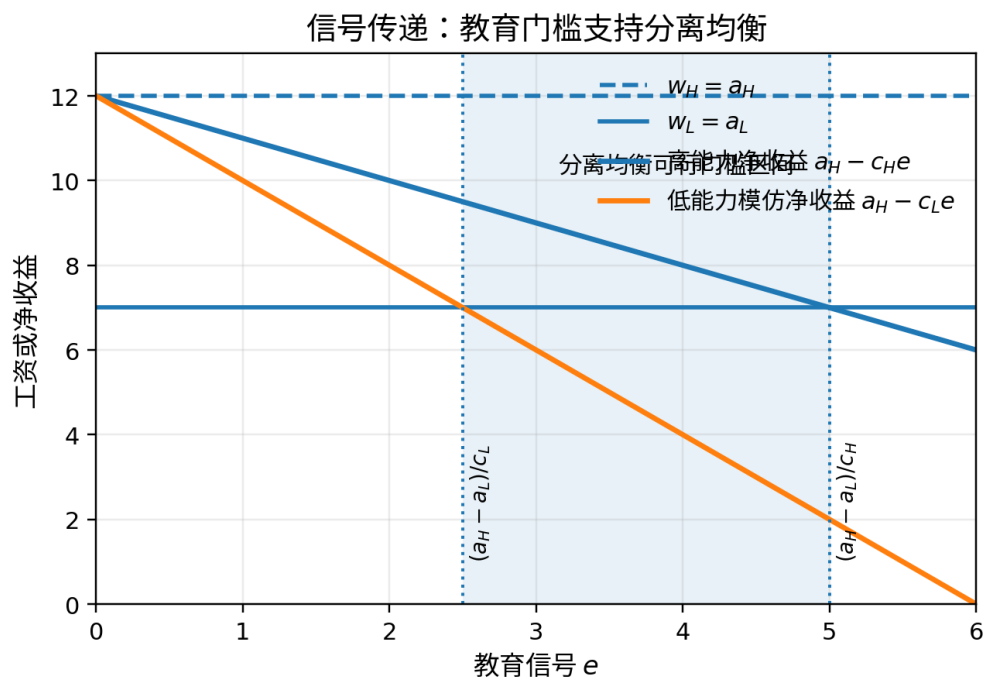


图 2: 教育信号的分离均衡：高能力者成本低，低能力者不愿模仿

考试中最重要的是记住：信号并不一定提高生产率，它的功能是让不同类型分开。一个有效信号必须“高类型便宜、低类型昂贵”。

3.3 信号与筛选的区别

- **信号传递**：有私人信息的一方主动行动。例如劳动者主动取得学历，商家主动提供保修。
- **筛选**：信息较少的一方设计菜单，让不同类型自己选择。例如保险公司提供不同免赔额与保费组合，让高风险和低风险投保人自我选择。

4 道德风险：交易后的隐藏行动

4.1 定义

道德风险 (moral hazard) 是指合同签订以后，一方的行动或努力水平无法被另一方完全观察，导致该方选择对自己有利但对整体效率不利的行动。

逆向选择和道德风险的时间点不同：

逆向选择：签约前看不清类型； 道德风险：签约后看不清行动。

4.2 保险中的道德风险

设房屋价值为 W ，若发生火灾损失为 L 。投保人可以选择防范努力 e ，努力越高，事故概率越低：

$$\pi'(e) < 0, \quad \pi''(e) > 0.$$

防范努力成本为 $c(e)$ ，满足

$$c'(e) > 0, \quad c''(e) > 0.$$

若没有保险，投保人选择 e 来最大化期望财富：

$$\max_e W - c(e) - \pi(e)L.$$

一阶条件为

$$c'(e) = -\pi'(e)L.$$

左边是防范的边际成本，右边是防范降低事故概率带来的边际收益。

若存在全额保险，事故损失由保险公司承担，投保人不再承担 L ，私人问题近似变为

$$\max_e W - P - c(e),$$

其最优选择倾向于降低努力，因为努力只剩成本、没有私人边际收益。

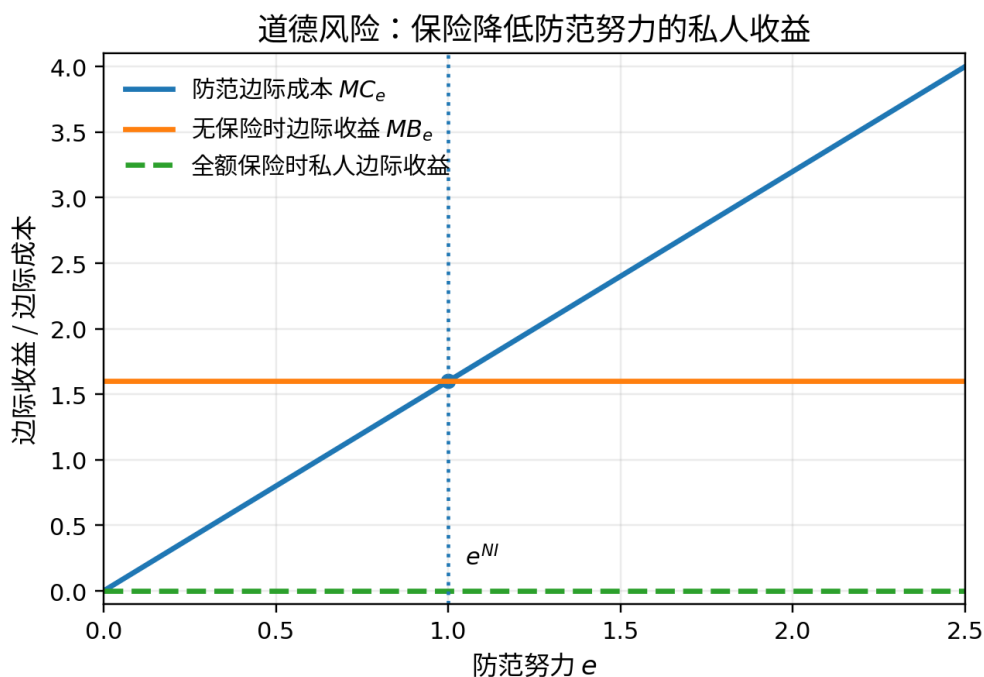


图 3: 道德风险：保险降低防范努力的私人边际收益

4.3 为什么现实保险合同常有免赔额和共保？

完全保险有利于风险分担，但会削弱激励。为了在风险分担和努力激励之间折中，现实保险合同常采用：

- **免赔额 (deductible)**：损失发生后，投保人先承担一部分；
- **共保 (coinsurance)**：保险公司与投保人按比例分担损失；
- **无赔款优惠 (no-claim bonus)**：长期不出险者享受更低保费；
- **监督和认证**：例如要求安装防火、防盗、安全设备。

5 委托—代理与机制设计

5.1 基本设定

第二页手写稿进入 **机制设计 (mechanism design)** 与 **委托—代理 (principal-agent)** 问题。一般设：

- 代理人选择努力 x ；
- 产出为 $y = f(x)$ ，更一般地可以写为 $y = f(x) + \varepsilon$ ；
- 委托人向代理人支付 $s(y)$ ；
- 代理人的努力成本为 $c(x)$ ；
- 代理人的保留效用为 $\bar{u}$ 。

代理人的效用为

$$U_A = s(f(x)) - c(x),$$

委托人的利润为

$$\Pi = f(x) - s(f(x)).$$

代理人愿意接受合同的参与约束为

$$\text{IR: } s(f(x)) - c(x) \geq \bar{u}.$$

若努力不可观察，还必须满足激励相容约束：代理人在合同下自愿选择委托人希望的努力水平 x^* ：

$$\text{IC: } x^* \in \arg \max_x \{s(f(x)) - c(x)\}.$$

5.2 努力可观察：一阶最优

若努力 x 可观察，委托人可以直接规定努力，并把支付调到刚好满足参与约束。此时总剩余最大化问题为

$$\max_x f(x) - c(x) - \bar{u}.$$

一阶条件为

$$f'(x^*) = c'(x^*).$$

也就是

$$\boxed{MP(x^*) = MC(x^*)}.$$

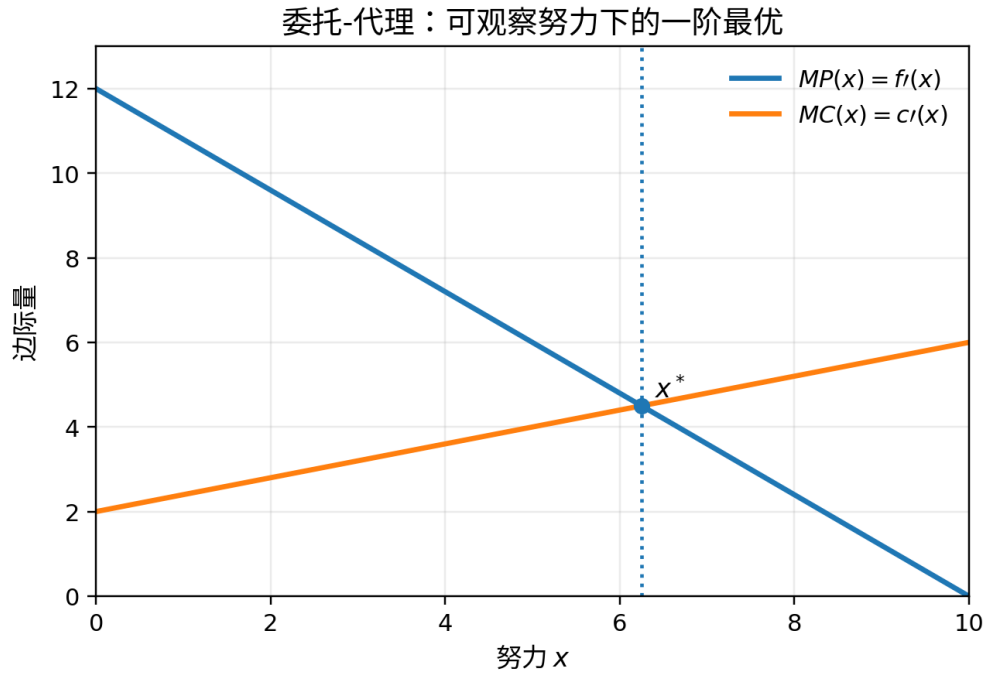


图 4: 可观察努力下的一阶最优: 边际产出等于边际成本

5.3 努力不可观察：四类典型激励合同

手写稿列了几类常见合同。这里将它们整理成标准形式。

5.3.1 固定租金 / 剩余索取权合同

令

$$s(y) = y - R.$$

代理人先向委托人支付固定租金 R ，剩余产出归自己。代理人选择努力：

$$\max_x f(x) - R - c(x).$$

一阶条件为

$$f'(x) = c'(x).$$

所以这种合同可以诱导一阶最优努力。租金 R 由参与约束决定：

$$f(x^*) - R - c(x^*) = \bar{u},$$

即

$$R = f(x^*) - c(x^*) - \bar{u}.$$

5.3.2 计件工资 / 线性激励

令

$$s(y) = wy + K.$$

代理人的问题为

$$\max_x wf(x) + K - c(x).$$

一阶条件为

$$wf'(x) = c'(x).$$

当 w 越大时，代理人获得的边际产出份额越高，努力激励越强。但若产出包含随机冲击， w 越大也意味着代理人承担越多风险。

5.3.3 奖金 / 目标达成合同

可规定目标 x^* 或 y^* ，达到目标支付奖金 B ，未达到则支付较低收入。简化形式为

$$s(y) = \begin{cases} B, & y \geq y^*, \\ 0, & y < y^*. \end{cases}$$

奖金必须足够大，使代理人愿意达到目标；但又不能设计得过度诱导冒险或造假。

5.3.4 分成制

令

$$s(y) = \alpha y + F, \quad 0 \leq \alpha \leq 1.$$

代理人选择努力的条件为

$$\alpha f'(x) = c'(x).$$

当 $\alpha = 1$ 时，代理人拥有全部边际产出，激励最强；当 $\alpha = 0$ 时，代理人拿固定工资，努力激励最弱。现实合同通常取中间值，因为要同时考虑激励与风险分担。

5.4 为什么最优合同不是简单的 100% 绩效工资？

如果产出没有风险，且代理人没有财富约束，那么让代理人成为剩余索取者可以实现一阶最优。但现实中通常存在以下限制：

1. **风险分担**：产出受运气、天气、景气影响，代理人通常比委托人更厌恶风险；
2. **有限责任**：代理人不能无限赔钱，惩罚不能无限大；
3. **多任务问题**：只考核可观察指标，会扭曲代理人在不同任务之间的努力配置；
4. **操纵与短期主义**：过强激励可能诱导造假、冒险和忽视长期价值。

机制设计的核心不是“让代理人赚得越多越好”或“让委托人压榨得越狠越好”，而是在参与约束、激励相容、风险分担和可执行性之间设计最优规则。

6 核心公式速查

主题	公式与含义
逆向选择平均定价	$p(q) = v_H q + v_L(1 - q)$ 。价格反映平均质量，而非个体质量。
交易阈值	交易要求 $p(q) \geq c$ 。例： $8 + 6q \geq 11.5 \Rightarrow q \geq 7/12$ 。
二手车市场	若平均价格低于好车保留价，好车退出；市场均衡质量下降。
信号分离均衡	$\frac{a_H - a_L}{c_L} \leq e^* \leq \frac{a_H - a_L}{c_H}$ 。

道德风险防范努力	无保险时 $c'(e) = -\pi'(e)L$ ；全额保险降低私人边际收益。
参与约束	$s(f(x)) - c(x) \geq \bar{u}$ 。代理人至少要愿意参加。
激励相容约束	$x^* \in \arg \max_x \{s(f(x)) - c(x)\}$ 。代理人要自愿选择目标行动。
一阶最优	$f'(x^*) = c'(x^*)$ ，即 $MP = MC$ 。
线性激励	$s(y) = \alpha y + F$ ，代理人满足 $\alpha f'(x) = c'(x)$ 。

7 习题与详细解答

习题 1：二手车市场

市场中有 40 辆好车和 60 辆坏车。好车卖方保留价为 3000，坏车卖方保留价为 1200；买方对好车估值为 3600，对坏车估值为 1500。求：

1. 完全信息下哪些车会成交？
2. 若买方不能识别质量，只能按平均质量报价，市场会怎样？

解答：完全信息下，好车满足 $3600 > 3000$ ，坏车满足 $1500 > 1200$ ，两类车都成交。信息不对称下，买方平均愿付价格为

$$0.4 \times 3600 + 0.6 \times 1500 = 2340.$$

因为 $2340 < 3000$ ，好车退出。好车退出后，市场只剩坏车，买方愿付价降至 1500 左右，坏车仍可成交。因此逆向选择导致优质品退出。

习题 2：交易阈值

某市场中高质量产品价值为 16，低质量产品价值为 10，高质量占比为 q ，单位成本为 13。求交易发生所需的最小 q 。

解答：平均支付意愿为

$$p(q) = 16q + 10(1 - q) = 10 + 6q.$$

交易条件为

$$10 + 6q \geq 13.$$

所以

$$q \geq \frac{1}{2}.$$

高质量占比至少达到 50%，市场才能维持交易。

习题 3：教育信号分离均衡

设高能力者产出 $a_H = 12$ ，低能力者产出 $a_L = 7$ ，教育成本分别为 $c_H = 1$ 与 $c_L = 2$ 。求可以支持分离均衡的教育门槛 e^* 区间。

解答：分离均衡要求

$$\frac{a_H - a_L}{c_L} \leq e^* \leq \frac{a_H - a_L}{c_H}.$$

代入得

$$\frac{12 - 7}{2} \leq e^* \leq \frac{12 - 7}{1},$$

因此

$$2.5 \leq e^* \leq 5.$$

任取 e^* 在该区间内，高能力者愿意受教育，低能力者不愿模仿。

习题 4：信号是否有社会价值？

在教育信号模型中，假设教育不提高生产率，只用于区分类型。问：分离均衡一定比混同均衡更有效率吗？

解答：不一定。分离均衡能让企业识别类型，从而改善匹配和工资定价；但如果教育本身不提高生产率，教育成本就是一种社会成本。分离均衡是否提高福利，取决于识别类型带来的配置收益是否超过教育信号成本。若教育成本很高，社会可能在“为了传递信息”上浪费过多资源。

习题 5：保险与道德风险

某人初始财富为 100。若事故发生，损失为 40。小心防范时事故概率为 0.1，不防范时事故概率为 0.3；防范成本为 4。说明为什么全额保险会削弱防范激励。

解答：没有保险时，防范的期望财富为

$$100 - 4 - 0.1 \times 40 = 92.$$

不防范的期望财富为

$$100 - 0.3 \times 40 = 88.$$

所以没有保险时，个人会选择防范。

若有全额保险，事故损失由保险公司承担，个人不再承担 40 的损失。此时防范只带来成本 4，却不能进一步减少自己的损失，所以个人会倾向于降低防范努力。这就是道德风险。

习题 6：一阶最优努力

设产出函数为

$$f(x) = 10x - x^2,$$

努力成本为

$$c(x) = 2x,$$

代理人的保留效用为 $\bar{u} = 3$ 。若努力可观察，求一阶最优努力 x^* 。

解答：委托人最大化总剩余

$$\max_x f(x) - c(x) - \bar{u} = \max_x 10x - x^2 - 2x - 3.$$

即

$$\max_x 8x - x^2 - 3.$$

一阶条件为

$$8 - 2x = 0,$$

所以

$$x^* = 4.$$

习题 7：剩余索取权合同

沿用习题 6，若采用合同

$$s(y) = y - R,$$

求使代理人刚好愿意参与的 R 。

解答：当 $x^* = 4$ 时，产出为

$$f(4) = 10 \times 4 - 4^2 = 24.$$

努力成本为

$$c(4) = 2 \times 4 = 8.$$

代理人效用为

$$U_A = f(4) - R - c(4) = 24 - R - 8 = 16 - R.$$

令其等于保留效用 3：

$$16 - R = 3.$$

因此

$$R = 13.$$

合同 $s(y) = y - 13$ 可以诱导 $x^* = 4$ ，并让代理人刚好愿意参加。

习题 8：线性激励强度

设

$$f(x) = 12x - x^2, \quad c(x) = 3x.$$

合同为

$$s(y) = \alpha y + F.$$

求代理人选择的努力 $x(\alpha)$ 。

解答：代理人最大化

$$\alpha(12x - x^2) + F - 3x.$$

一阶条件为

$$\alpha(12 - 2x) - 3 = 0.$$

整理得

$$12\alpha - 2\alpha x = 3,$$

故

$$x(\alpha) = 6 - \frac{3}{2\alpha}.$$

只要 α 越大， $x(\alpha)$ 越高。若 α 太小，代理人的努力可能降到很低，甚至边界点 $x = 0$ 。

习题 9：概念辨析

用一句话区分逆向选择与道德风险，并各举一个例子。

解答：逆向选择是签约前看不清类型，例如二手车市场中买方不知道车的真实质量；道德风险是签约后看不清行动，例如投保后投保人降低防火努力。

习题 10：开放题

为什么现实企业往往采用“基本工资 + 奖金 + 晋升”的混合激励，而不是纯计件工资？

解答：纯计件工资能提供强激励，但会带来风险承担、指标操纵、多任务扭曲和短期主义。基本工资提供保险和稳定性，奖金提供短期努力激励，晋升提供长期职业激励。因此混合激励能够在风险分担、努力激励和长期行为约束之间取得更好的平衡。

附录：原始手写稿

以下为本次提供的原始手写页，保留以便逐条核对。

一般均衡 $\begin{cases} \text{交换} \\ \text{生产} \end{cases}$

纯交换经济的一般均衡：一般均衡分析：即n个市场的需求与供给条件是如何互相影响，从而决定各种商品的价格。

一. 埃奇沃思箱图

可行分配： $X_A^1 + X_B^1 = W_A^1 + W_B^1$
 $X_A^2 + X_B^2 = W_A^2 + W_B^2$

W 为初始禀赋， A, B 的 MRS 不等
 A 用 1 替代 2 的 MRS 较大，故 A 愿用更多的 2 换 1
 $B: 1 \dots 2 \dots \dots \dots 1, \dots B \dots \dots \dots 1 \dots 2$

① 交易使双方获益

A 放弃 $|X_A^2 - W_A^2|$ 的 2，换 $|X_A^1 - W_A^1|$ 的 1
 $B \dots |X_B^1 - W_B^1|$ 的 1，换 $|X_B^2 - W_B^2|$ 的 2
 两者都有达到更高的无差异曲线上

② 或一方受益，如看到 E_1 或 E_2 点

$\therefore$ 只要有贸易区存在，就有帕累托改进的可能。

埃奇沃思箱图推出效用可能性边界线

G_1 对应 E_1 ，表示一人效用给定，另一个人最大效用所能达到的曲线

Proof: 在一交易者的效用给定下，求另一方的效用最大化

$$\max U_A(X_A^1, X_A^2)$$

$$X_A^1, X_A^2, X_B^1, X_B^2$$

$$s.t. \quad U_B(X_B^1, X_B^2) = \bar{U}$$

$$X_A^1 + X_B^1 = W^1 \quad \text{--- 1 总量}$$

$$X_A^2 + X_B^2 = W^2 \quad \text{--- 2 总量}$$

$$\mathcal{L} = U_A(X_A^1, X_A^2) + \lambda(\bar{U} - U_B(X_B^1, X_B^2)) + \mu_1(W^1 - X_A^1 - X_B^1) + \mu_2(W^2 - X_A^2 - X_B^2)$$

F.O.C.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_A^1} = \frac{\partial U_A}{\partial X_A^1} - \mu_1 = 0 \quad (1) \Rightarrow \frac{\partial U_A / \partial X_A^1}{\partial U_A / \partial X_A^2} = MRS_A = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_A^2} = \frac{\partial U_A}{\partial X_A^2} - \mu_2 = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_B^1} = -\lambda \frac{\partial U_B}{\partial X_B^1} - \mu_1 = 0 \quad (3) \Rightarrow \frac{\partial U_B / \partial X_B^1}{\partial U_B / \partial X_B^2} = MRS_B = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

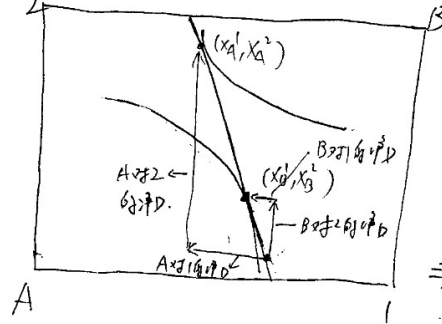
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_B^2} = -\lambda \frac{\partial U_B}{\partial X_B^2} - \mu_2 = 0 \quad (4)$$

$U_{max} \Rightarrow MRS \text{ 符合价格比}$

$\Rightarrow \frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{P_1}{P_2}$

$\Downarrow$
 市场均衡

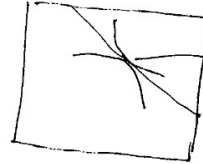
二. 市场交易



不相容状态: $D \neq S$.

A想卖(买)数量 $\neq$ B想买(卖)数量

若1有超额供给, 拍卖商会降低1的价格
 $\downarrow$ --- 需求, $\uparrow$ --- 供给



均衡配置 (瓦尔拉斯均衡)
 $x_A^1 + x_B^1 = w_A^1 + w_B^1$

三. 瓦尔拉斯定理:

瓦尔拉斯的代数
 $x_A^1(p, p_2)$ 需求函数
 $x_B^1(p, p_2)$

存在 p_1, p_2 使得

总供给 = 总需求

$$x_A^1(p, p_2) + x_B^1(p, p_2) = w_A^1 + w_B^1$$

$$x_A^2(p, p_2) + x_B^2(p, p_2) = w_A^2 + w_B^2$$

$$1 \text{ 的超额需求 } Z(p, p_2) = [x_A^1(p, p_2) - w_A^1] + [x_B^1(p, p_2) - w_B^1] = e_A^1(p, p_2) + e_B^1(p, p_2)$$

需证明: 均衡 $Z^*(p^*, p_2^*) = 0$ 且 $Z^*(p^*, p_2^*) = 0$

$$\text{预算约束与需求吻合 } p_1 x_A^1(p, p_2) + p_2 x_A^2(p, p_2) = p_1 w_A^1 + p_2 w_A^2$$

$$\Leftrightarrow p_1 e_A^1(p, p_2) + p_2 e_A^2(p, p_2) = 0$$

$$\text{同理有 } p_1 e_B^1(p, p_2) + p_2 e_B^2(p, p_2) = 0$$

$$p_1 Z_1(p, p_2) + p_2 Z_2(p, p_2) = 0 \rightarrow \text{瓦尔拉斯法则 (总超额D的值恒为0)}$$

若 $Z_1(p^*, p_2^*) = 0$, 且 $p_2 > 0$, 则 $Z_2(p^*, p_2^*) = 0$ 即一组合价格 (p_1, p_2) 下商品1的

瓦尔定理:

供需相等, 则商品2的供需也必定相等 $\Rightarrow$ 推广到 k 种, $(k-1)$ 个商品的价格选择必使得 k 种中的供需相等.

四. 均衡与效率: 瓦尔拉斯定义: 满足 (1) 分配可行 $\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n w_i$ 且 $x_i^1 > x_i^0$

(2) 每个人在其预算集内做出最佳选择. 且 $p x_i^1 > p w_i$

A. 福利经济学第一定理: 若 (x, p) 是一个瓦尔拉斯均衡, 则 x 中的资源配置有效. 且 x_i^1 更不起!

证明: 反证. 若 $x' > x$, 根据性质 (2), $p x_i' > p w_i, i=1, \dots, n$. 构造并利利用 x' 是可行分配的事实

$$p \cdot \sum_{i=1}^n w_i = p \cdot \sum_{i=1}^n x_i' > \sum_{i=1}^n p w_i \Rightarrow \text{矛盾, 不存在 } x' \Rightarrow \text{中自.}$$